Le champ magnétique en régime stationnaire

P5 – Chapitre 5

I. Le champ magnétique $\vec{B}$

1. Distribution discrète de charges

$$\boxed{\overrightarrow{f_{1,\dots,N\to t}} = q_t\,\vec{v}\wedge\vec{B}}$$

$\overrightarrow{f_{1\to 2}} \neq \overrightarrow{f_{2\to 1}}$ et $\delta W(\vec{f}) = 0$

1 charge pct : $\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\, q_1\vec{v_1}\wedge\dfrac{\overrightarrow{P_1M}}{P_1M^3}$

N charges pct : $\boxed{\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\sum_{i=1}^{N} q_i\vec{v_i}\wedge\dfrac{\overrightarrow{P_iM}}{P_iM^3}}$

2. Distribution continues de charges

	Volumique	Surfacique	Linéique
Densité de charges	$\vec{j} = \rho_m\vec{v}$	$\vec{j_S} = \sigma_m\vec{v}$	
$\boldsymbol{I = Dq = \dfrac{dq}{dt}}$	$\iint_S \vec{j}\cdot\overrightarrow{d^2S}$	$\int_L \vec{j_S}\cdot\overrightarrow{dl}$	$\lambda_m v$
$\boldsymbol{\vec{B}(M)}$ **Biot-Savart**	$\dfrac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V \vec{j}\wedge\dfrac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}\,d^3\tau_P$	$\dfrac{\mu_0}{4\pi}\iint_S \vec{j_S}\wedge\dfrac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}\,d^2S_P$	$\dfrac{\mu_0}{4\pi}\oint_{L_{cond}} I\,\overrightarrow{dr}\wedge\dfrac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$

3. Conservation de la charge électrique et régime permanent

$$\boxed{\frac{\partial\rho(M)}{\partial t} = \underbrace{-\operatorname{div}\vec{j}(M) = 0}_{\text{en régime perm.}}}$$

$\operatorname{div}\vec{E} > 0 \iff$ les lignes de champ divergent

$\operatorname{div}\vec{E} = 0 \iff$ les lignes de champ se referment

$\operatorname{div}\vec{E} < 0 \iff$ les lignes de champ convergent

II. Théorème d'Ampère

Forme locale :

$$\boxed{\operatorname{rot}\vec{B}(M) = \mu_0\vec{j}(M)}$$

Forme intégrale :

$$\boxed{\oint_C \vec{B}\cdot\overrightarrow{dr} = \mu_0\sum_{i=1}^{N} I_{i,Amp}}$$

C : contour fermé

N : nombre de fils

$I_{i,Amp}$: intensités traversant C

$\boxed{\operatorname{div}\vec{B}(M) = 0}$ ⇒ les lignes de champ magnétique se referment. Il n'y a pas de charge magnétique.

III. Potentiel vecteur $\vec{A}$

$$\boxed{\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A}}$$

Distribution volumique	Distribution surfacique	Distribution linéique
$\boldsymbol{\vec{A} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\iiint_V \dfrac{\vec{j}(P)}{PM}\,d^3\tau_P + \operatorname{grad}\varphi(M)}$	$\vec{A} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\iint_S \dfrac{\vec{j_S}(P)}{PM}\,d^2S_P + \operatorname{grad}\varphi(M)$	$\vec{A} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_C \dfrac{\overrightarrow{dr_P}}{PM} + \operatorname{grad}\varphi(M)$

Flux de champ magnétique : $\boxed{\oiint_S \vec{B}(M)\cdot\overrightarrow{d^2S_M} = \oint_C \vec{A}\cdot\overrightarrow{dr}}$

Le champ magnétique en régime stationnaire

P5 – Chapitre 5

IV. Invariances et symétries

1. Invariances

- **Translation :** $\vec{B}(\rho,\varphi,\cancel{z}) = \vec{B}(\rho,\varphi,\cancel{z'})$
- **Rotation :** $\|\vec{B}(\rho,\cancel{\varphi},z)\| = \|\vec{B}(\rho,\cancel{\varphi'},z)\|$

2. Symétries

- **Symétrie plan :**
  - $\vec{j}$ et $\vec{j'}$ $\perp$ plan $\Rightarrow \vec{B} + \vec{B'} = \vec{0}$
  - Sinon $\Rightarrow \vec{B} + \vec{B'} \perp$ plan
- **Asymétrie plan :** $\Rightarrow \vec{B} + \vec{B'} \in$ plan

V. Applications

1. Distribution volumique rectiligne uniforme symétrique cylindrique

$$\boxed{\overrightarrow{B_{ext}}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\overrightarrow{e_\varphi}} \qquad \boxed{\overrightarrow{B_{int}}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{\rho}{R^2}\overrightarrow{e_\varphi}}$$

2. Discontinuité du champ magnétique a la traversée d'une distribution surfacique de courants

$$\boxed{\lim_{\substack{M_1\to M^+\\ M_2\to M^-}}\left[\vec{B}(M_2) - \vec{B}(M_1)\right] = \mu_0\vec{J_s}\wedge\overrightarrow{n_{1\to 2}}}$$

$$\lim_{\substack{M_1\to M^+\\ M_2\to M^-}}\left[\vec{B}(M_2)\cdot\overrightarrow{n_{1\to 2}} - \vec{B}(M_1)\overrightarrow{n_{1\to 2}}\right] = 0 \quad \text{et} \quad \lim_{\substack{M_1\to M^+\\ M_2\to M^-}}\left[\vec{B}(M_2)\wedge\overrightarrow{n_{1\to 2}} - \vec{B}(M_1)\wedge\overrightarrow{n_{1\to 2}}\right] = -\mu_0\vec{J_s}$$